

氏 名	浅 田 雅 彦
学 位 の 種 類	博 士 (理 学)
学 位 番 号	第 4431 号
学位授与年月日	平成 16 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当者
学 位 論 文 名	ch diagrams of surfaces in 4 space (4次元空間内の曲面のch図式)
論文審査委員	主 査 教 授 河 内 明 夫      副主査 教 授 枡 田 幹 也 副主査 教 授 金 信 泰 造

### 論 文 内 容 の 要 旨

4次元空間内に埋め込まれた、又は、はめ込まれた曲面を表す図式について研究している。

第1章においては、曲面結び目、即ち4次元空間内に埋め込まれた連結な閉曲面を扱っている。曲面結び目を表す1つの方法としてch図式がS.J. Lomonaco, Jr.氏及び、吉川克之氏によって導入された。ch図式とは、2種類の頂点をもつ4価の平面グラフである。吉川克之氏はch図式に対する8つの局所変型  $\tau_1 - \tau_8$ を導入した。これらは、ch図式が表す曲面結び目の(4次元空間のアンピエントアイソトピーを法とする)型を保存するものである。第1章の目的は、更に(結び目の型を保存しない)3つの局所変型  $\tau_9 - \tau_{11}$ を導入し、これら11の局所変型を用いて、任意のch図式を自明なch図式に変型するアルゴリズムを与えることである。また系として、この変型の際に用いた3つの局所変型の  $\tau_9 - \tau_{11}$ の数から、元のch図式が表す曲面結び目の種数が得られることがすぐに分かる。

第2章においては、4次元空間内にはめ込まれた(特異点の集合として)横断的な2重点のみを持つ閉曲面(以下、はめ込まれた閉曲面と呼ぶ)を扱っている。吉川克之氏は4次元空間内に埋め込まれた閉曲面を数え上げる方法を示し、実際頂点数が10以下のch図式で表される全ての埋め込まれた閉曲面の表を作成した。第2章の目的は吉川克之氏の方法に沿って、はめ込まれた閉曲面の表を作成することである。このために、はめ込まれた閉曲面を表す、2重点をもつch図式を導入する。これは、3種類の頂点をもつ4価の平面グラフである。任意のはめ込まれた閉曲面が2重点をもつch図式によって表されることが鎌田聖一氏によって指摘されている。第2章の最後に、頂点数が5以下の2重点をもつch図式で表される全てのはめ込まれた閉曲面と、6以下で表されるいくつかのはめ込まれた閉曲面の表を作成している。

### 論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

4次元空間内の曲面結び目の記述法については、1960年代にR.H. Foxにより例示され、1982年のA. Kawauchi-T. Shibuya S. Suzuki の論文において基礎付けがなされた動画法の理論がある。この方法は、1994年のK. Yoshikawaの論文において、ch図式と呼ばれる2種類の頂点をもつ4価の平面グラフで表示できることが示された。さらに、S. Kamadaにより、このch図式は4次元空間内のはめ込まれた曲面結び目の2重点有ch図式へと拡張された。K. Yoshikawaは、ch図式の表す曲面結び目の型を変えないch図式の8つの局所変形  $\tau_1 - \tau_8$ を導入し頂点数が10以下のch図式で表される曲面結び目を数え上げた。浅田氏の論文は2つの章からなる。

第1章において、浅田は、曲面結び目の型を変えるようなch図式の3つの局所変形  $\tau_9 - \tau_{11}$ を導入し、局所変形  $\tau_1 - \tau_8$ とこれら3つの局所変形により、任意のch図式を自明なch図式に変形するアルゴリズムを与えた。さらにこの結果の系として、この局所変形の際に用いた3つの局所変形  $\tau_9 - \tau_{11}$ の回数から、元のch図式が表

す曲面結び目の種数を計算した。

第2章において、浅田は、はめ込まれた曲面結び目の型を変えない2重点有ch図式の局所変形を考察することにより、頂点数が5以下の2重点有ch図式とで表される全てのはめこまれた曲面結び目と頂点数が6以下の2重点有ch図式で表されるいくつかのはめこまれた曲面結び目の数え上げを行った。

以上により、本論文は、曲面結び目に多くの新しい知見を与え、結び目理論、位相幾何学に貢献するところ大であり、博士（理学）の学位を授与するに値すると審査した。